

תרגיל רשות בקורס 77606, "תורת הרצף"

תוכן עניינים:

1. תיאור כללי 1
2. מבנה התוכנית 2
- 2.1. קלט 1
- 2.2. חישוב הזרימה בשיטת איטרציות 2
- 3.1. מבנה כללי 3
- 3.2. ניחוש הפתרון 3
- 3.3. חישוב על תאי השפה 3
- 3.4. חישוב ממוצעים 4
- 4.1. תנאי יציאה 4
- 4.2. חישוב שדה לחץ 3
- 4.3. תצוגה 4
5. דוגמאות להמחשה 5

תיאור כללי

התוכנית נכתבה בתוכנת MATLAB®. במרכז התוכנית מספר פונקציות המחשבות ומצירות מפת זרימה של נוזל בלתי דחיס תחת תנאי שפה שונים, הנקבעים על-ידי המשתמש. על-מנת להגדיר תנאי שפה באופן שיגדיר את הבעיה הנדרשת לפתרון מקבלת התוכנית מהמשתמש מפה של תנאי שפה, הכוללת את שפת מישור הזרימה, נקודות הכניסה והיציאה של הנוזל ואת מהירות הזרימה בהן. לאחר הרצת התוכנית, תצייר התוכנית מפה שעליה מצוירים קווי הפוטנציאל של הזרימה, וחיצים המתארים את שדה המהירות של הנוזל. בנוסף, פלט התוכנית כולל מפות שמתארות את תנאי השפה שהוכנסו לתוכנית.

על המשתמש לספק תנאי שפה "הגיוניים" כדי לקבל מפת זרימה. באפשרותו לשלוט גם ברזולוציה של מפת הזרימה.

לצורך דוגמה מכילה התוכנית מספר תרחישים, "scenarios", של אפשרויות שונות של מפות זרימה תחת תנאי שפה שונים. בנוסף יכול המשתמש לבנות תרחישים נוספים ולהתבונן בזרימה המתקבלת בהם.

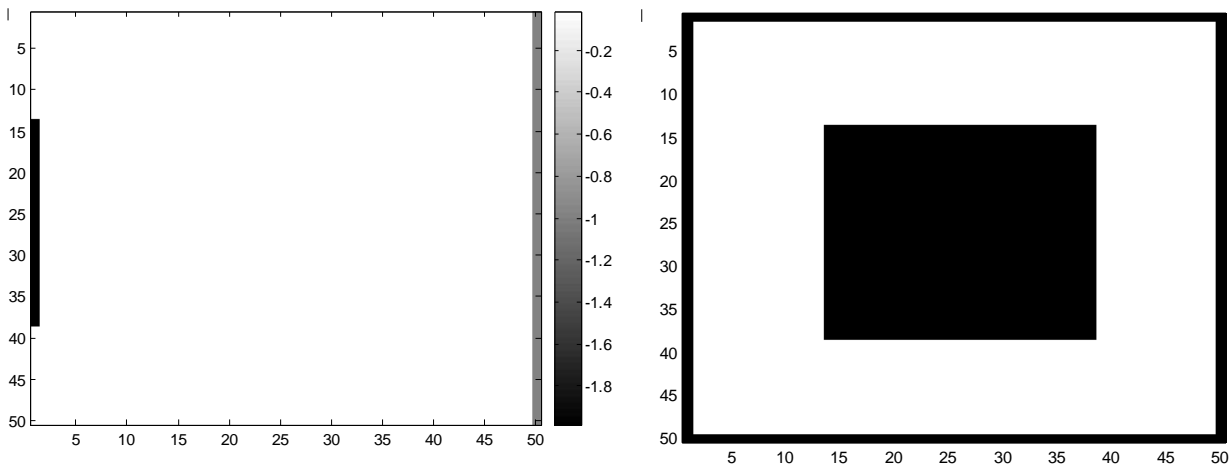
לצורך נוחות המשתמש תוכנית *Main.m* מכילה את הקריאות לתת התוכניות האחרות. על-מנת לשנות את התרחיש יש לשנות את המשתנה *ScenarioIndex* לערכים 1-7.

1. קלט

לצורך הקלט על המשתמש לספק לתוכנית שתי מפות, האחת של המקומות שבהם קיימים תנאי השפה, והשניה מגדירה את הגודל הסקלרי של המהירות בנקודות השפה. מפות אלו מאפשרות למשתמש לבנות מודל (דו מימדי) מכל סוג שהוא, להציב אותו בתוך אמבט ולקבוע את הזרמים אותם ברצונו לפתור.

המפות מיוצגות בעזרת שתי מטריצות, המייצגות את "מסכת המשטח" ואת "שפת המהירות". ב"מסכת המשטח", המטריצה *BoundaryMask*, מגדיר המשתמש את הנקודות על המשטח בהן יכול הנוזל לזרום (נקודות אלה ייוצגו על ידי הספרה 0), ואת נקודות השפה, בהן אין הנוזל יכול לזרום. נקודות השפה ייוצגו על ידי הספרה 1, והן כוללות את שפת המשטח החיצונית, ו"איים" בתוך מישור הזרימה, כלומר מחסומים בתוך המישור בהם אין הנוזל יכול לעבור. ב"שפת המהירות", המטריצה *BoundaryV*, מגדיר המשתמש את המהירויות שהוא מעוניין להעניק לנוזל על שפת המישור: 0 ייצג קיר, כלומר מחסום שהנוזל אינו יכול לעבור, וכל מספר אחר ייצג את הגודל והכיוון של מהירות הנוזל הי וצא או נכנס אל מישור הזרימה. באמצעות הגודל size יכול המשתמש לקבוע את הרזולוציה של מפת הזרימה. התוכנית מכילה שבעה "scenarios", תרחישי זרימה שונים, שכבר ניבנו, וניתן לצפות בזרימה המתרחשת בכל אחד מהם. ניתן גם להיכנס לעריכת הפונקציה *MakeBoundary*, ולבנות בקלות כל תרחיש זרימה אחר, ובלבד שתנאי השפה בו יהיו הגיוניים.

לצורך הדוגמה נשתמש בבעיה שהתבקשנו לפתור כדוגמה לקלט הנדרש:

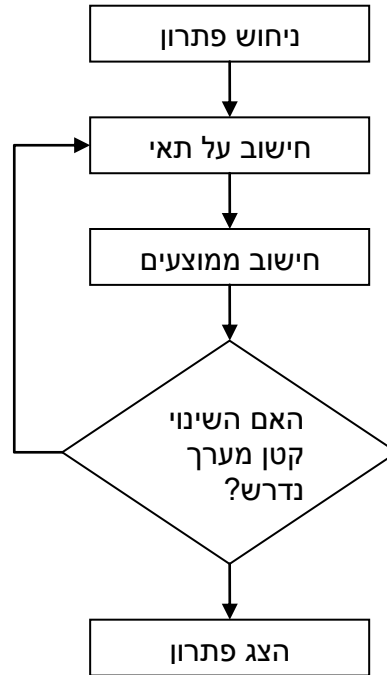


איור 1 - דוגמה להגדרת תנאי השפה (*BoundaryV*, *BoundaryMask*)

2. חישוב הזרימה בשיטת איטרציות.

א. מבנה כללי.

תרשים הזרימה, המופיע באיור 2, ויפורט בסעיפים הבאים, ממחיש את האלגוריתם של התוכנית:



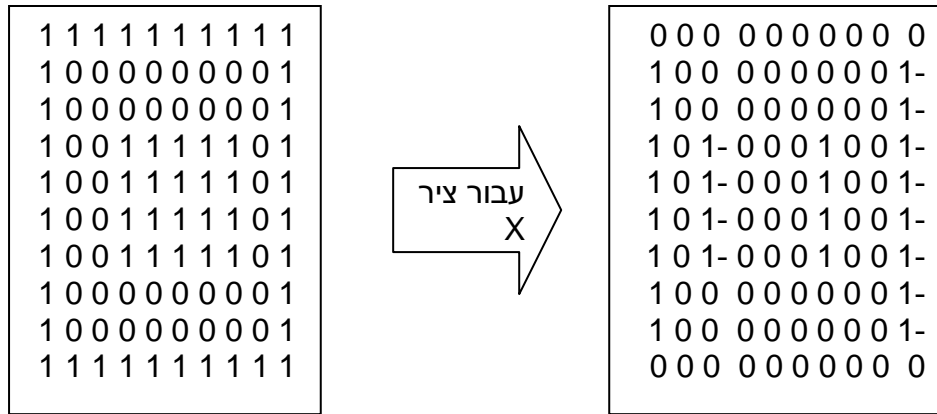
איור 2 - תרשים זרימה

ב. ניחוש הפתרון

כדי להתחיל את תהליך החישוב, מנחשת התוכנית מטריצה אקראית, שבמהלך החישוב האיטרטיבי תלך ותתכנס לפתרון המתאים. השתמשנו בפונקציית $rand$ לבחירת המטריצה ההתחלתית, לאחר שבבדיקה שביצענו גילינו שממצב אקראי ההתכנסות מהירה יותר מאשר בעת שימוש ב- $zeros$ (בנייה של מטריצת אפסים).

ג. חישוב על תאי השפה

הפונקציה $BoundaryCalc$ נועדה לחישוב הערכים של נקודות השפה בהתאם לתנאי השפה. לצורך זה מתבצע חישוב $gradient$ על $BoundaryMask$ ועליו הפונקציה $sign$, שמשמשת לבדיקת כיוון הזרימה. מתבנית יחידה מתקבלות שתי תמונות שונות עבור ציר X וציר Y , שיתארו את מגמת הזרימה בשני הכיוונים. (ר' דוגמא באיור 3 שלהלן)



איור 3 - דוגמה לקבלת כיוון גרדיאנט הזרימה ממטריצת BoundaryMask, עבור ציר X

על פי תמונות אלו אנו יכולים לחשב באופן פרטני לכל תבנית את כיוון האילוף. מטריצת BoundaryV תתן את גודל מהירות הזרימה, כך שערכו של כל תא על השפה מקבל את הערך בתא הצמוד לו ועוד הפרש הערכים לפי מהירות הזרימה על שפה, כפי שהוגדרה. לצורך פשטות ובשל העובדה שתוצאות הסימולציה הן איכותיות ולא כמותיות הוגדר הסריג לגודל יחידה אחת.

ד. חישוב ממוצעים

בשלב זה מחושב פוטנציאל הזרימה של הנוזל על-פי קירוב של משוואת לפלס על-ידי מיצוע של התאים הסמוכים לתא והענקת ערך הממוצע לתא עצמו.

חישוב זה מתבצע בפקודה אחת על-ידי הסטה לוגית של המטריצה המרכזית באופן הבא:

$$OutMat(2:end-1,2:end-1) = (Mat(1:end-2,2:end-1) + Mat(3:end,2:end-1) + Mat(2:end-1,1:end-2) + Mat(2:end-1,3:end)) / 4;$$

ערכי המסגרת עצמה אינם משתנים בשלב חישוב הממוצעים, אלא נקבעים אך ורק לפי תנאי השפה.

ה. תנאי יציאה

בתנאי היציאה בודקת התוכנית את גודל השינוי הכולל בין שתי איטרציות, ומשווה אותו לגודל קבוע. לצורך הגדרת פרמטר שאינו בעל משמעות ספציפית להרצה זו או אחרת נדרשנו לנרמול של הגדלים במטריצות. כדי להימנע הזמן הרצה ארוך מדי הגדרנו גם תנאי נוסף המגביל את מספר האיטרציות.

3. חישוב שדה לחץ

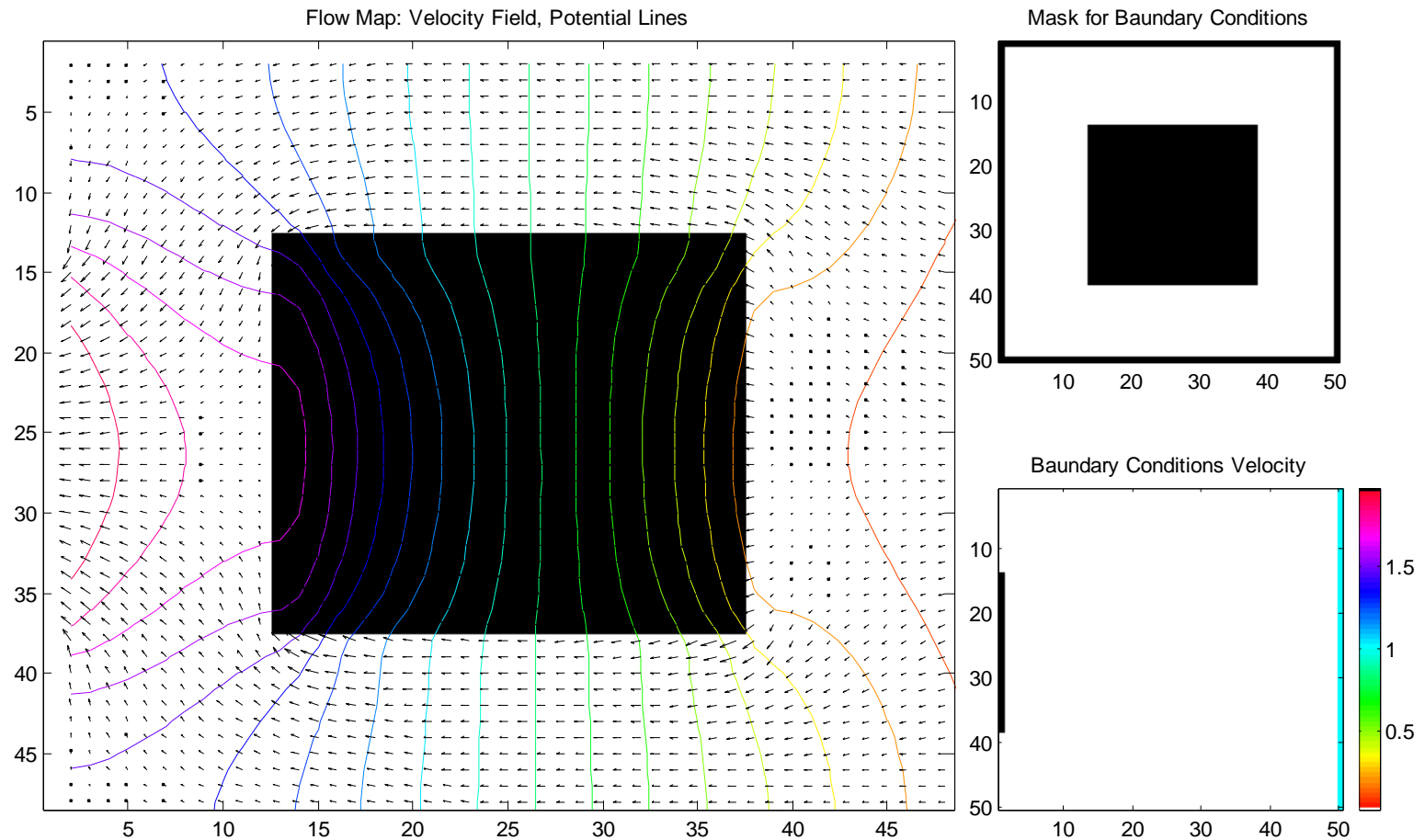
התוכנית CalcPressure מחשבת את שדה הלחץ מתוך שדה פוטנציאל המהירות במישור הזרימה. לצורך חישוב זה אנו משתמשים במשוואת ברנולי $(P \propto V^2 = V_x^2 + V_y^2)$

4. תצוגה

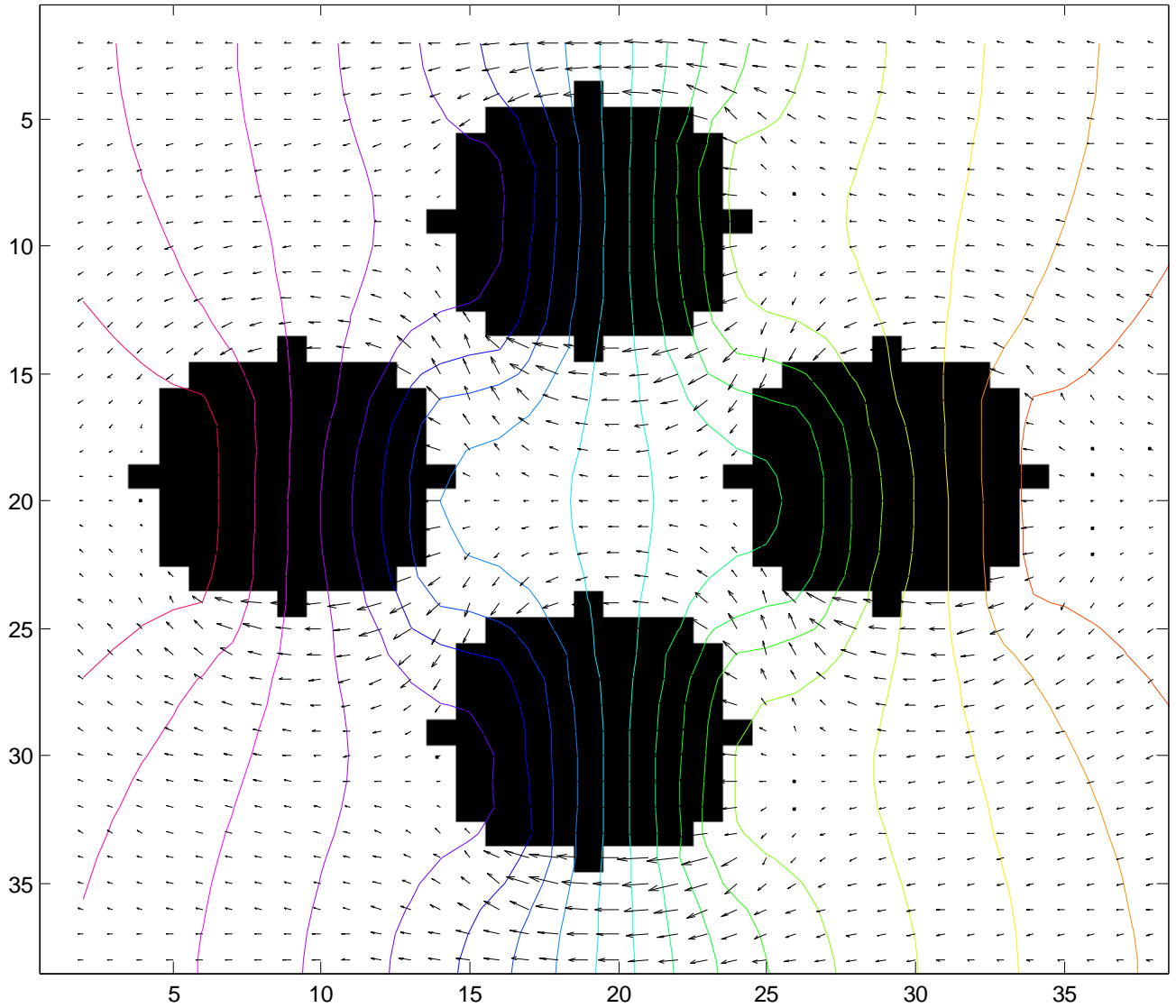
בהצגה מופיעות שלוש מפות: מפת "מסכת המשטח" ומפת "שפת המהירות", שהוגדרו על ידי המשתמש יופיעו לנוחותו בצד מפת הזרימה, וכמובן מפת הזרימה עצמה. מפת הזרימה מורכבת משפת המשטח, ועליה חיצים המתארים את מהירות הזרימה וקווי פוטנציאל המתארים את השינוי בפונקצית הפוטנציאל של הזרימה. בדוגמאות להמחשה ניתן לראות את הפלט המתקבל בסוף הרצת התוכנית.

לשם המחשה, צירפנו להלן את תרחיש הזרימה שהתבקש בתרגיל. בהמשך החוברת מצויים מספר תרחישים נוספים. תנאי השפה של מישור הזרימה הינם כמפורט להלן:

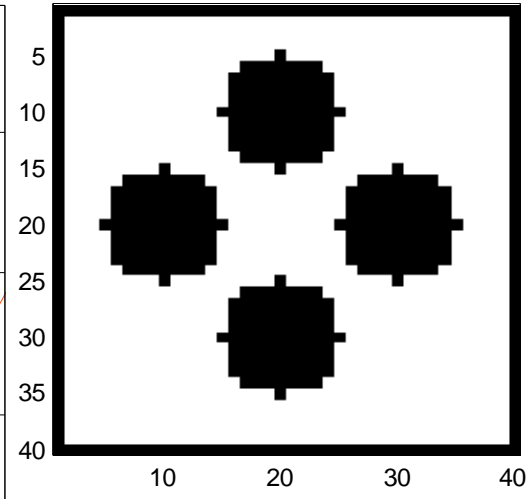
- אל מישור הזרימה נכנס נוזל במהירות U דרך דופן המישור הימנית, ויוצא במהירות $U/2$ דרך מחצית הדופן הנגדית, כפי שמתואר במפת תנאי שפת המהירות, המפה הימנית התחתונה.
- במרכז המישור ניצב מלבן שאינו מאפשר זרימה דרכו, כפי שניתן לראות במפת תנאי השפה, המפה השמאלית, היא מפת הזרימה, ניתן לראות את שינוי הפוטנציאל באמצעות הקווים הצבעוניים (בדומה למפה טופוגרפית), ובאמצעות החיצים השחורים ניתן לעקוב אחרי כיוון זרימת הנוזל וגודל המהירות.



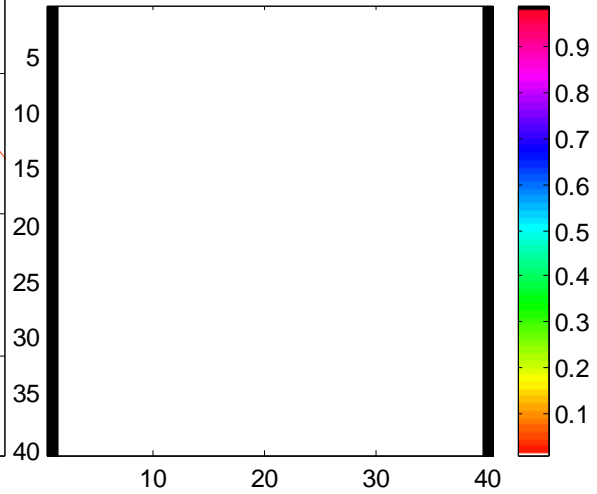
Flow Map: Velocity Field, Potential Lines



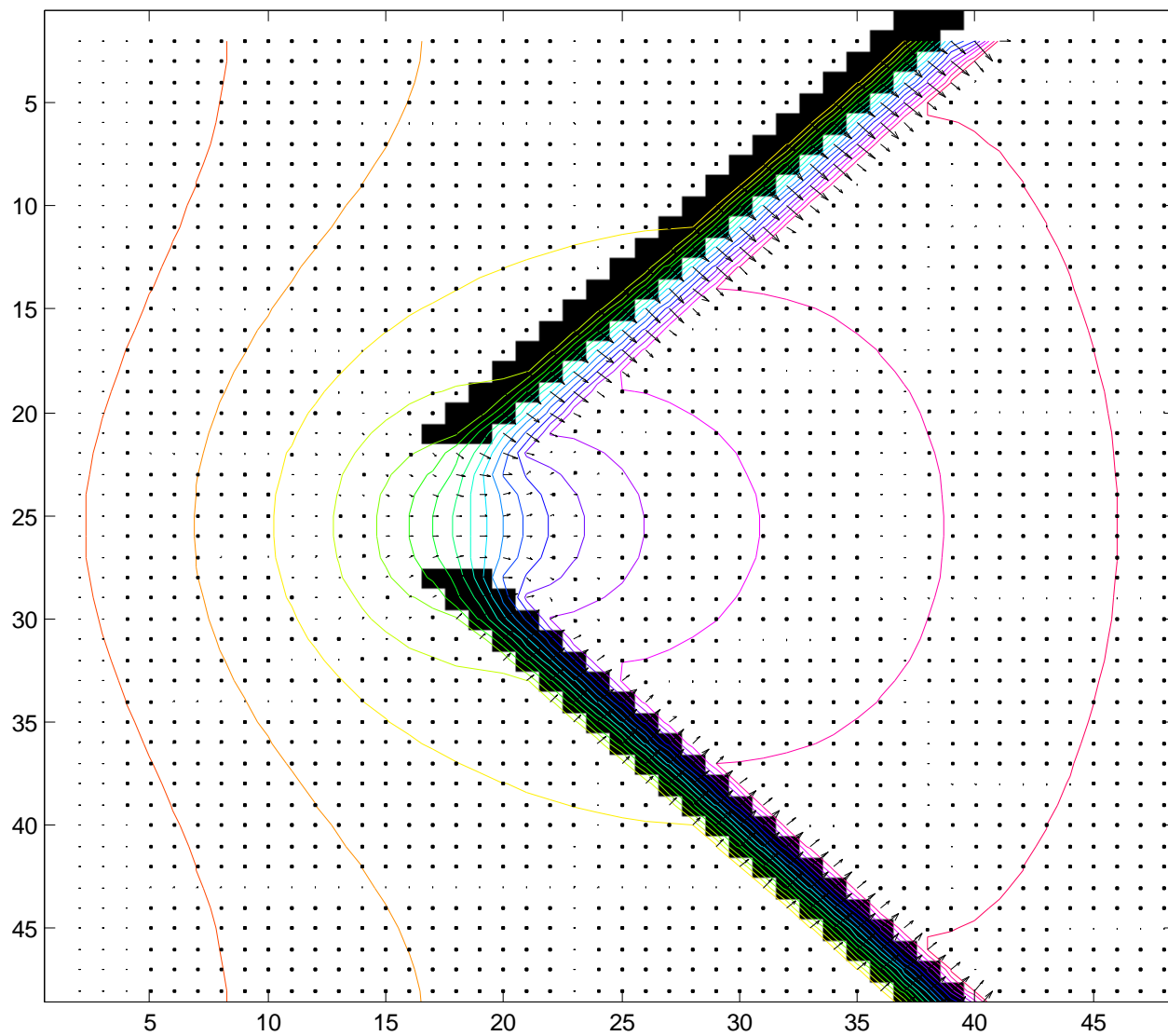
Mask for Boundary Conditions



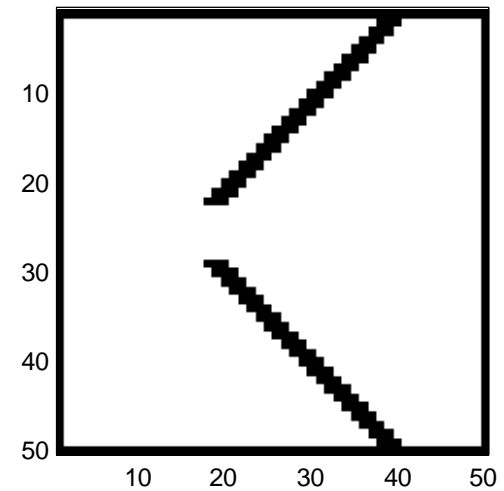
Boundary Conditions Velocity



Flow Map: Velocity Field, Potential Lines



Mask for Boundary Conditions



Boundary Conditions Velocity

